

Время падения тела на Землю

Решается задача определения времени падения камня на поверхность планеты без учёта сопротивления атмосферы.

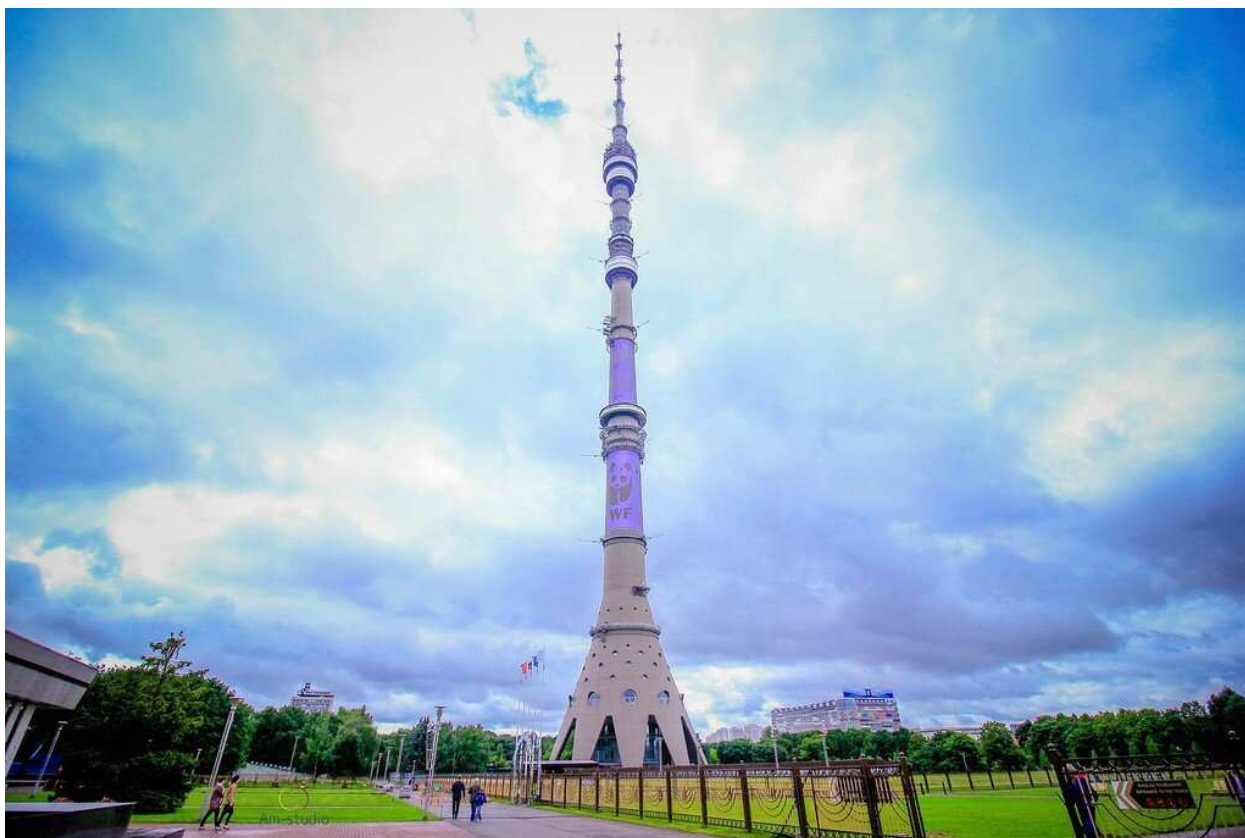
За какое время тело, расположенное на высоте h , упадёт на поверхность Земли? Чтобы ответить на этот вопрос обратимся к школьному курсу физики. Уравнение движения тела, падающего без начальной скорости

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда получаем для времени

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad (1)$$

известная из школьного учебника физики. В этой формуле $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения на поверхности Земли, но в задачах ЕГЭ мы принимаем $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Задача. Найти время падения тела, брошенного с нулевой начальной скоростью с высоты останкинской телебашни, высота которой равна 500 метров.

Решение

По формуле (1) получаем

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500}{10}} = \sqrt{100} = 10 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 10 \text{ с.}$

Если телу сообщить начальную скорость, направленную вниз, то уравнение движения примет вид

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

Чтобы определить время, придётся решать квадратное уравнение

$$\frac{gt^2}{2} + v_0 t - h = 0.$$

Отсюда дискриминант

$$D = v_0^2 + 2gh > 0$$

и

$$t = \frac{-v_0 + \sqrt{D}}{g} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}. \quad (2)$$

Здесь мы взяли дискриминант со знаком “+”, так как время не может быть отрицательным.

Задача. Найти время падения камня, брошенного с вершины Бурдж-Халифа вниз со скоростью 30 метров в секунду. Высота Бурдж-Халифа равна 848 метров.

Решение

По формуле (2) получаем

$$t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} = \frac{-30 + \sqrt{30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 848}}{10} = 10,4 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 10,4$ с.



Если телу сообщить начальную скорость, направленную вверх, то уравнение движения примет вид

$$h = -v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

Чтобы определить время, придётся решать квадратное уравнение

$$\frac{gt^2}{2} - v_0 t - h = 0.$$

Отсюда дискриминант

$$D = v_0^2 + 2gh > 0$$

и

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{D}}{g} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}. \quad (3)$$

Здесь мы также взяли дискриминант со знаком “+”, так как время не может быть отрицательным.

Задача. Валера подбросил помидор вертикально вверх со скоростью 20 метров в секунду, находясь при этом на балконе шестнадцатого этажа, который расположен на высоте 45 метров. Через какое время помидор упадёт на асфальт? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

По формуле (3) получаем

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} = \frac{20 + \sqrt{20^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = 5,6 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 5,6 \text{ с.}$



Однако необходимо помнить, что ускорение свободного падения на разных планетах разное. Так, например, на Луне оно составляет $1,63 \text{ м/с}^2$, а на Марсе $3,71 \text{ м/с}^2$. Ускорение свободного падения зависит от массы планеты и её радиуса и определяется формулой

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}.$$

Здесь: $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — гравитационная постоянная; M — масса планеты, а R — её радиус.

Поэтому и [время падения тела](#) будет на разных планетах различным.